

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON
DIDÁCTICA DE GEORGE POLYA

“EL GRAN DESAFÍO MATEMÁTICO”

Descartes dijo una vez: **“Cada problema que resolví se convirtió en una regla que más adelante me sirvió para solucionar otros problemas”.**

Prof.: Patricio Figueroa M.

Las Condes, junio del 2015

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMATICOS

1.- INTRODUCCION.

Matemáticas es la única asignatura que se estudia en todos los países del mundo y en todos los niveles educativos. De hecho, supone un pilar básico de la enseñanza en todos ellos. La causa fundamental de esa universal presencia hay que buscarla en que las matemáticas constituyen un idioma “poderoso, conciso y sin ambigüedades” (según la formulación del Informe Cockorft, 1985). Ese idioma se pretende que sea aprendido por nuestros alumnos, hasta conseguir que lo “hablen” por medio de la contemplación de cómo los hacen otros (sus profesores), y por su aplicación a situaciones muy sencillas y ajenas a sus vivencias (los ejercicios).

Evidentemente, la utilización de un idioma requiere de unos conocimientos mínimos para poder desarrollarse. Pero sobre todo, se necesitan situaciones que inviten a comunicarse por medio de ese idioma, a esforzarse en lograrlo, y, desde luego, de unas técnicas para hacerlo. En el caso del idioma matemático, una de las técnicas fundamentales de comunicación son los métodos de Resolución de Problemas.

La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.

- Santaló (1985), gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, señala que “enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas”.
- En una conferencia pronunciada en 1968, George Poyla decía: “Está bien justificado que todos los textos de matemáticas contengan problemas. Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática”.

Un “problema” sería una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos.

Examinemos cuidadosamente qué significa: saber resolver problemas, comunicarse matemáticamente y, demostrar la habilidad para razonar matemáticamente.

- Alguien que sabe resolver problemas es quien cuestiona, encuentra, investiga y explora soluciones a los problemas; quien demuestra la capacidad para persistir en busca de una solución; quien aplica las matemáticas con éxito a las situaciones de la vida cotidiana.
- Saber comunicarse matemáticamente significa utilizar el lenguaje matemático, los números, las tablas o símbolos para explicar cosas y explicar el razonamiento utilizado para resolver un problema de cierta manera, en vez de únicamente dar la respuesta. También significa escuchar cuidadosamente para entender las diversas maneras en que otras personas razonan.

- La capacidad para razonar matemáticamente significa poder pensar lógicamente, ser capaz de discernir las similitudes y diferencias en objetos o problemas, poder elegir opciones sobre la base de estas diferencias y razonar sobre las relaciones entre las cosas.

2.- OBJETIVOS.

Considerando los fundamentos teóricos-conceptuales y las necesidades detectadas en las evaluaciones aplicada a los alumnos de nuestro país, establecemos como objetivos prioritarios de este programa lo siguiente:

2.1.- Objetivo general:

Afianzar en los alumnos las habilidades para resolver problemas matemáticos.

2.2.- Objetivos específicos:

- Actualizar los fundamentos didácticos de la asignatura de matemáticas.
- Implementar de forma dirigida, gradual y sistemática las estrategias necesarias para afrontar más eficazmente la resolución de problemas matemáticos.
- Elevar la capacidad de razonamiento matemático aplicando una mayor conexión con la realidad.

2.3.- Objetivos operativos:

- Entender, comprender y aplicar estrategias para la resolución de problemas (George Polya).
- Ejercitar la resolución de problemas aplicando las siguientes estrategias:
Que el alumno:
 - Entienda el enunciado, subrayando las palabras claves.
 - Identifique y anote los datos presentados en el enunciado.
 - Determine la pregunta, entendiendo qué es lo que se pregunta.
 - Discrimine los datos necesarios para resolver el problema.
 - Elija las operaciones adecuadas.
 - Ejecute los cálculos necesarios.
 - Compruebe y contextualice el resultado en la pregunta exigida.
- Aplicar problemas que impliquen una exigencia cognitiva mayor, utilizando distintos tipos de enunciados que permitan la ejercitación de las operaciones básicas y del cálculo mental.

3.- RECOMENDACIONES PREVIAS.

Un niño desarrollará mayor seguridad en su capacidad matemática si comprende los siguientes puntos importantes:

- **Los problemas pueden ser resueltos de varias maneras.**

Aunque en la mayoría de los problemas matemáticos hay sólo una manera de encontrar la respuesta correcta, en todos existen distintas maneras de poder resolverlos.

El aprender matemáticas es más que encontrar la respuesta correcta; también es un proceso para resolver problemas y aplicar lo aprendido anteriormente.

- **A veces las respuestas incorrectas también son útiles.**

La precisión siempre es importante en las matemáticas. Sin embargo, a veces podremos usar una respuesta incorrecta para ayudar a los alumnos a identificar cómo cometió un error. Analizar las respuestas incorrectas, ayuda a los niños a comprender los conceptos fundamentales del problema y a utilizar sus destrezas de razonamiento para encontrar la respuesta correcta.

Es necesario solicitar al niño que explique cómo resolvió un problema matemático. Su explicación le ayuda a descubrir las estrategias utilizadas y las habilidades que aplicó para resolver el problema (sumar, restar, multiplicar o dividir).

- **¡Arriesgarse!**

Ayudemos a los niños a tomar riesgos. Ayudémosles a valorar el intento de resolver un problema, aunque sea difícil. Démosles tiempo para explorar distintos métodos para resolverlos. El alumno debe verbalizar en forma oral y/o escrita las estrategias cognitivas empleadas.

- **Es importante poder hacer matemáticas “en la cabeza”.**

Las matemáticas no se hacen sólo con papel y lápiz. Hacer problemas matemáticos “en la cabeza” (matemáticas mentales) es una destreza valiosa que nos es útil al hacer cálculos rápidos de los precios en las tiendas, restaurantes y gasolineras. Hagamos saber a los niños que al usar las matemáticas mentales, sus destrezas se fortalecerán.

- **A veces está bien usar una calculadora para resolver problemas matemáticos.**

Está bien usar calculadoras para resolver problemas matemáticos (de vez en cuando). Se utilizan con mucha frecuencia y saberlas usar correctamente es muy importante. La idea no es permitir que el niño se excuse con la actitud: “no necesito saber matemáticas, tengo una calculadora”. Los niños deben entender que para usar calculadoras correcta y eficientemente, necesitarán entender que para usar calculadoras correcta y eficientemente, necesitarán fuertes fundamentos en operaciones matemáticas, de otra manera: ¿cómo sabrá si la respuesta que le da la calculadora es razonable?

Partiendo de esta base, y para ser eficaz resolviendo problemas, es conveniente que los docentes tengamos en cuenta las siguientes **recomendaciones**:

- **La actitud inicial es importante.**

Cuando nos enfrentamos a un problema matemático es muy importante la actitud que tienes ante él. ¿Estás ansioso por resolverlo o no tienes ganas de intentarlo? ¿Tus condiciones físicas (cansancio, sueño, etc.) son las adecuadas? ¿Tienes curiosidad, disposición de aprender, gusto por el desafío?

- **Tener confianza en nuestras capacidades.**

Con frecuencia, no es necesario saber mucho para resolver bien un problema. Basta con pensar correctamente. Enseñemos pues a actuar sin miedo, con tranquilidad, convencido de que está a su alcance.

- **Ser paciente y constante.**

No permitamos que abandonen a la menor dificultad. Si se quedan atascados, que no se den por vencidos; ofrezcamos y ayudémosles con un nuevo enfoque del problema. Cada problema requiere su tiempo.

- **Concentración en lo que hacen.**

Resolver problemas es una actividad mental compleja. Requiere poner en tensión todos nuestros resortes mentales.

- **Buscar el éxito a largo plazo.**

Aprender a resolver problemas es un proceso lento. Los frutos tardarán un cierto tiempo en llegar pero cuando notes los progresos sentirás una gran satisfacción.

4.- PAUTAS A SEGUIR EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS.

Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución).

Por otro lado, es evidente que hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida. Que suelen ser las que aplican (generalmente de una manera inconsciente) toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son los procesos que se llaman “heurísticos”: operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad entrenable, un apartado en el que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello, hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada, con método.

Es ya clásica, y bien conocida, la formulación que hizo Polya (1945) de las **cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema**, que constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores, y a partir de los cuales, vamos a incorporar nuestro Plan de actuación:

1º COMPRENDER EL PROBLEMA:

Leer tranquilamente el enunciado. Puede ser necesario leerlo varias veces, hasta estar seguro de haberlo entendido y de que no se ha escapado ningún dato interesante. Se ha de tener muy claro en qué consiste, qué se conoce, qué se pide, cuáles son las condiciones...Esto es imprescindible para afrontar el problema con garantías de éxito. Proceso a seguir en esta fase:

- Se debe **leer el enunciado** lentamente.
- ¿Cuáles son los datos? Identificamos el enunciado y lo subrayamos de **color azul**.
Anotamos todos los datos que nos ofrece el problema.
- ¿Qué nos preguntan? ¿Qué buscamos? Identificamos la pregunta y lo subrayamos de **color rojo**.
- Buscamos relaciones entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un **esquema o dibujo de la situación**.

2º TRAZAR UN PLAN PARA RESOLVERLO:

Cuando ya se está seguro de haber entendido bien el problema y se cree tener toda la información necesaria, es el momento de elegir una estrategia para resolverlo. Existe una gran variedad de estrategias que conviene conocer y practicar para mejorar la capacidad de resolver problemas. Proceso a seguir en esta fase:

- **¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?**
- **¿Se puede plantear el problema de otra forma?**
- **Imaginar un problema parecido pero más sencillo.**
- **Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?**
- **¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?**

3º PONER EN PRÁCTICA EL PLAN:

Cuando ya se tiene una estrategia que parece adecuada, es necesario trabajarla con decisión y no abandonarla a la primera dificultad. Si se ve que las cosas se complican demasiado y que no nos acercamos nada a la solución, es preciso volver al paso anterior y probar con una estrategia diferente. Por lo general, hay varias formas de llegar a la solución y no podemos esperar acertar siempre con la más apropiada al primer intento.

Una vez resuelto el problema, es preciso revisar el resultado y cerciorarse bien de que se ha llegado a la solución. Son innumerables las veces que creemos haber resuelto un problema y luego no es así. El proceso a seguir en esta fase:

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿Qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cada vez que se calcula algo, es preciso anotar lo que se ha calculado.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

4º COMPROBAR LOS RESULTADOS:

Es la más importante en la vida diaria porque supone la confrontación del resultado obtenido con la realidad que queríamos resolver. Por ello, es necesario examinar a fondo el camino que se ha seguido. ¿Cómo se ha llegado a la solución? ¿Por qué no se ha llegado a la solución? ¿Iba bien encaminado desde el principio? El proceso a seguir en esta fase:

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.
- Revisar la solución desde un principio tratando de comprender bien no sólo que funciona sino por qué funciona. Mirar a ver si se les ocurre hacerlo de un modo más simple.
- Familiarizarse con el método de solución, a fin de utilizarlo en problemas futuros.

Ejemplo de aplicación de la teoría anterior.

Problema para resolver:

El pasado sábado Catalina fue con su papá a un café para conversar acerca de la vida, consumieron los siguientes productos:

Catalina: una bebida y una copa de helado.

Papá de Catalina: Un café cortado y una media luna.

La lista de precios del café era la siguiente:

Producto	Precio
Copa de helado	\$ 2.300.-
Jugo natural	\$ 1.700.-
Bebida	\$ 1.200.-
Café expreso	\$ 1.100
Café cortado	\$ 1.400.-
Media luna	\$ 600.-

Luego de estar una hora en el café, decidieron irse a casa, entonces el papá de Catalina solicitó la cuenta al garzón. ¿Cuánto es el monto que debe pagar por el consumo?

Respuesta: _____

Procedimiento para resolver:

- 1.- Comprender el problema, para esto es necesario leerlo las veces que sea necesario. Es recomendable marcar con un destacador la información relevante que sirve para encontrar la solución.
- 2.- Extraer la información necesaria.
- 3.- Plantear una estrategia y llevarla a cabo para obtener un resultado (algoritmo).
- 4.- Interpretar y contextualizar el resultado obtenido para dar una respuesta concreta a la pregunta planteada en el problema.

Actividad 1:

A partir del currículo de unos de los cursos en los cuales usted hace clases, escoja un objetivo de aprendizaje y a partir de este plantee dos problemas que aplicaremos en clases.

Luego envíe estos problemas al email que a continuación indico. A vuelta de correo recibirá una retroalimentación, para luego en una segunda actividad solicitarle el desarrollo.

Resumen: enviar hasta el próximo viernes 3 de julio dos problemas construidos a partir de un objetivo de aprendizaje de unos de los cursos que imparte.

e-mail: gdm@matematicas.cl

Patricio Figueroa M.
Profesor de matemáticas
pfigueroa@matematicas.cl
www.matematicas.cl
Cel.: +569 79594883